

## MODELAGEM DE PROCESSOS DE PRODUÇÃO: DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA RESFRIADA EM UMA EMPRESA QUÍMICA DA REGIÃO

Andrea Souza da Cruz, silviawfa@yahoo.com.br<sup>1</sup>  
Regina Elaine Santos Cabette, recabette@uol.com.br<sup>1</sup>

<sup>1</sup> UNISAL – Centro Universitário Salesiano de São Paulo, Rua Dom Bosco, 284 - Centro - Lorena/SP - 12600-100

**Resumo:** Neste artigo é apresentado um estudo sobre modelagem matemática e pesquisa operacional, com foco no problema do fluxo máximo. Especificamente, foi desenvolvido um estudo sobre um problema de distribuição e balanceamento de água nas plantas de uma indústria química, sem essa correta distribuição para as plantas químicas acaba por prejudicar os produtos. Estes produtos ao serem processados têm alta temperatura e devem ser resfriados, caso não seja possível a empresa acaba perdendo todo material, o que causa perdas na produção e no faturamento. O objetivo é a utilização da modelagem e da pesquisa operacional para a organização dos dados e plantas dos encanamentos de água fornecidos pela empresa, para se definir como deve ser feito o balanceamento. O problema pode ser a troca de algum cano pelo fato da planta ter diâmetros diferentes em cada divisão e verificar onde realmente pode estar o problema fornecido. O problema do fluxo máximo é uma poderosa ferramenta de modelagem com uma grande variedade de aplicações práticas (fluxo de petróleo, fluxo de mercadorias etc.).

**Palavras-chave:** Modelagem matemática, Pesquisa Operacional, Problema do Fluxo Máximo.

## PRODUCTION PROCESS MODELING: WATER SUPPLY COOLED IN A FIRM CHEMISTRY REGION

**Abstract.** This work is about the study of mathematical modeling and operational research, focusing on the maximum flow problem. Specifically, a study on the distribution and water balance problem in a chemical plant was developed where no such right distribution for chemical plants ends up damaging the products. These products have to be processed and high temperature should be cooled if the company just cannot be losing that product, which causes losses in production, sales and loss of raw materials. The objective of this work is the study of operational modeling and research for the organization of data and soles of the water pipes provided by the company, so that you can define how it should be done balancing. The problem could be the exchange of a pipe, by the fact that the plant has different diameters in each division and check which may actually be the given problem. The problem of the maximum flow model is a powerful tool with a wide range of practical applications (oil flow, the flow of goods, etc.).

**Keywords:** Mathematical modeling, Operations Research, Maximum Flow Problem.

## 1. INTRODUÇÃO

A modelagem matemática é o estudo de simulações reais a fim de prever o comportamento de equações e problemas a serem resolvidos, sendo empregada em diversos campos de estudo, tais como física, química, biologia, economia e engenharias. Modelagem matemática é baseada em descrever matematicamente um fenômeno. Geralmente é feita através da simples observação, onde é possível conseguir informações sobre as taxas de variação do problema, isto é, a equação diferencial associada e, a partir da solução dessa equação tem-se a descrição do problema.

Os modelos matemáticos são úteis do ponto de vista científico. Apresentam naturalmente uma linguagem precisa que pode facilitar sua manipulação. Traz também aspectos como a possibilidade de aceitar ou rejeitar determinadas hipóteses relacionadas a complexos sistemas, revelar contradições em dados obtidos, prever o comportamento de um sistema sob condições não avaliadas, dentre outros, analisando não apenas o modelo desenvolvido e sim todo o problema em si, suas precipitações, custos e se realmente pode-se conseguir uma solução com este.

Modelos simples são mais fáceis de serem estudados, no entanto os modelos mais sofisticados são necessários para melhorar a visão e aperfeiçoar o aprendizado. As previsões de um modelo matemático, caso se faça necessário dependendo de sua complexidade, são dados através de simulações computacionais (como exemplo o Solver, utilizado neste trabalho). Caso contrário, o modelo seja simples, teorias matemáticas são suficientes e eficientes para se tirar conclusões gerais. Ao desenvolver um modelo matemático é importante buscar um ponto próximo entre a representação da realidade e a complexidade do modelo, para que se obtenham resultados coerentes, bem como sua interpretação. Contudo, a modelagem matemática ajuda a evitar ou reduzir a necessidade de gastos excessivos em experimentos (no caso, da empresa que forneceu o problema), ou até mesmo simular experimentos impossíveis de serem realizados na prática.

### 1.1. Benefícios da Modelagem

O estudo e aprendizado sobre modelagem matemática é interessante e traz muitos benefícios quando aplicado:

- Economia: é mais barato estudar e analisar problemas de decisão usando um modelo;
- Tempo: os modelos fornecem as informações necessárias no tempo exato;
- Possibilidade: os modelos são úteis para avaliar o que seria possível de se fazer na realidade;

E como um todo, permite ganhar conhecimento e entendimento sobre o objeto ou problema de decisão que está sendo analisado, proporcionando algumas vantagens citadas abaixo:

- Exige menos recursos e tempo do que era necessário para a investigação experimental;
- Admite pesquisar sistemas e objetos com os quais seria impossível realizar investigações experimentais (como, por exemplo, objetos astronômicos e sistemas sociais);
- Torna possível pesquisar o comportamento dos objetos em regimes anormais de funcionamento ou em regimes extremos;
- Torna possível receber informação mais detalhadas nas investigações experimentais se elas forem complementadas por modelos matemáticos (RAGSDALE, 2011).

### 1.2. Processo de Resolução de Problemas

Para se modelar eficazmente, é importante entender como a modelagem entra em todo o processo de resolução do problema. A primeira etapa do processo de resolução do problema é a sua identificação, se o problema não for

identificado corretamente todo o trabalho não será nada além de esforço. Porém, a identificação do problema não é tão fácil quanto parece, envolve a obtenção de muitas informações e conversas com muitas pessoas para aumentar o entendimento sobre o que está realmente acontecendo. Deve-se entender as informações e tentar identificar o problema principal, portanto identificar o problema real requer “*insight*”, tempo e um pouco de trabalho de investigação. O resultado final dessa etapa é definir claramente o problema e dependendo de sua natureza, pode-se usar um modelo mental, visual, em escala ou matemático. Na maioria das situações, o melhor modelo é o mais simples e o que reflete de maneira precisa a característica ou a essência do problema estudado.

Após escolher a representação adequada do problema, a próxima etapa é implementar essa formulação como um modelo de planilha. O principal foco dessa etapa é gerar e avaliar alternativas que possam levar a uma solução.

A última etapa do processo de resolução do problema, a implementação, é normalmente a mais difícil, por sua própria natureza. Resoluções de problemas envolvem pessoas e mudança, para melhor ou para pior, e a maioria das pessoas resiste a mudanças. A ideia é concentrar nas etapas de formulação, implementação, análise e teste do modelo de processo de resolução do problema. Segue abaixo um modelo visual de como são realizadas as etapas do processo de resolução de problemas (RAGSDALE, 2011):

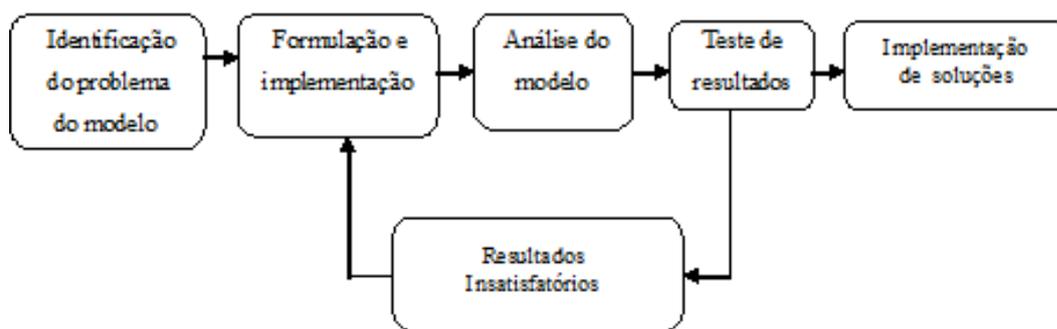


Figura 1- Etapas do processo de resolução de problemas

FONTE: RAGSDALE, 2011

### 1.3. Pesquisa Operacional (PO)

O estudo sobre pesquisa operacional ajuda no envolvimento com métodos quantitativos para auxiliar na tomada de decisão, ou seja, auxilia na melhor maneira de se operar um sistema. No caso do desenvolvimento deste projeto para uma empresa química pode ser vista como um método para se obter um maior retorno para suas atividades, podendo significar qualidade no serviço, lucro financeiro, planejar a produção de bens, determinando-se assim a melhor decisão a ser tomada pela empresa tanto no momento como ao longo do tempo e sob condições de incertezas para assim conseguir maximizar seu retorno. Os problemas podem exigir a utilização de softwares destinados a apoiar o processo de tomada de decisão, esses tipos de sistemas normalmente oferecem a opção de modelagem matemática são geralmente modelos de otimização no qual prescrevem uma ótima decisão com mínimo custo ou máximo lucro de produção, por exemplo.

Pesquisa operacional existe desde longa data. Somente a partir da 2ª Grande Guerra, passaram a ser tratados a partir de uma abordagem organizada, sendo organizados na forma de uma disciplina ou área do conhecimento. Os primeiros nos quais se tomou conhecimento da aplicação da Pesquisa Operacional foram, em virtude de sua origem, de caráter militar. Somente após o final da Segunda Grande Guerra, problemas civis passaram a ser estudados pela PO.

### 1.3.1. Tomada de decisão

Tomada de decisões são frequentes no nosso dia a dia, porém qual decisão tomar pode ser um pouco mais complexo do que se parece. Um exemplo simples está em saber que roupa vestir, a mais apropriada, qual comida escolher em um restaurante ou até mesmo o melhor trajeto a ser feito do trabalho até sua casa, ou vice-versa. É preciso selecionar uma alternativa dentre várias, satisfazendo um ou mais objetivos. Por exemplo, fazer o menor trajeto ou um maior, porém sem muito trânsito. No entanto nem sempre a tomada de decisão tem apenas um objetivo, às vezes os problemas não são completamente mensuráveis. A definição do problema envolve delimitar seu espaço em quantidades que representem dados, o que pode ser manipulado, o objetivo a ser atingido e eventuais restrições.

### 1.3.2. Modelagem para Tomada de Decisão

O comportamento de um sistema real é influenciado por diversas variáveis envolvidas no processo de tomada de decisão. Um modelo é composto por três elementos principais: variáveis de decisão e parâmetros, função objetivo e restrições.

#### a) Variáveis de decisão e parâmetros

As variáveis de decisão são incógnitas, ou valores desconhecidos, que serão determinados pela solução do modelo. Podem ser classificadas como variáveis **contínuas**, **discretas** ou **binárias**. As variáveis de decisão devem assumir valores não negativos.

As variáveis **contínuas** podem assumir quaisquer valores em um intervalo de números reais (conjunto infinito ou não enumerável de valores). Ex: quantidade ótima de fluxo de água resfriada que circula nas tubulações da planta.

As variáveis **discretas** podem assumir valores dentro de um conjunto finito ou uma quantidade enumerável de valores, sendo aquelas provenientes de determinada contagem. Ex: número ideal de funcionários por turno de trabalho.

As variáveis **binárias**, também conhecidas por variáveis “dummy”, podem assumir dois possíveis valores, 1 (quando a característica de interesse está presente na variável) ou 0 (caso contrário). Ex: fabricar ou não determinado produto.

#### b) Função objetivo

É uma função matemática que determina o valor alvo que se pretende alcançar ou a qualidade da solução, em função das variáveis de decisão e dos parâmetros, podendo ser uma função de maximização (lucro, riqueza, receita, utilidade) ou de minimização (custo, risco, erro).

#### c) Restrições

As restrições podem ser definidas como um conjunto de equações e inequações que as variáveis de decisão do modelo devem satisfazer. As restrições são adicionadas ao modelo de forma a considerar as limitações físicas do sistema, e afetam diretamente os valores das variáveis de decisão.

A modelagem de um processo para tomada de decisão facilita a identificação e o armazenamento das diferentes decisões que influenciam os objetivos, propicia a definição das principais variáveis envolvidas no processo de tomada de decisão e as próprias limitações do sistema, além de permitir maior interação entre o grupo de trabalho.

#### 1.4. Programação com Solver

Solver é um programa que faz parte do pacote Excel, conhecido também como ferramenta de teste de hipótese. Com a ajuda deste programa você pode encontrar um valor ideal para uma fórmula conforme restrições ou limites, O Solver trabalha com um grupo de células, chamadas variáveis de decisão ou simplesmente de células variáveis, que participam do cálculo das fórmulas nas células de objetivo e de restrição. Ajusta os valores nas células variáveis de decisão para satisfazer aos limites sobre células de restrição e produzir o resultado que você deseja para a célula objetiva.

O Solver pode ser utilizado para encontrar a solução ótima para um determinado problema, e para isso precisam-se definir três componentes para que o Solver detecte e entenda o modelo:

1. Célula de destino ou objetivo: representa a função objetivo do modelo (e se o valor deve ser maximizado ou minimizado).
2. Células variáveis ou ajustáveis: representam as variáveis de decisão do modelo.
3. Células de restrição: representam as fórmulas do lado esquerdo das restrições no modelo.

## 2. PROBLEMA DA DISTRIBUIÇÃO E BALANCEAMENTO DE ÁGUA

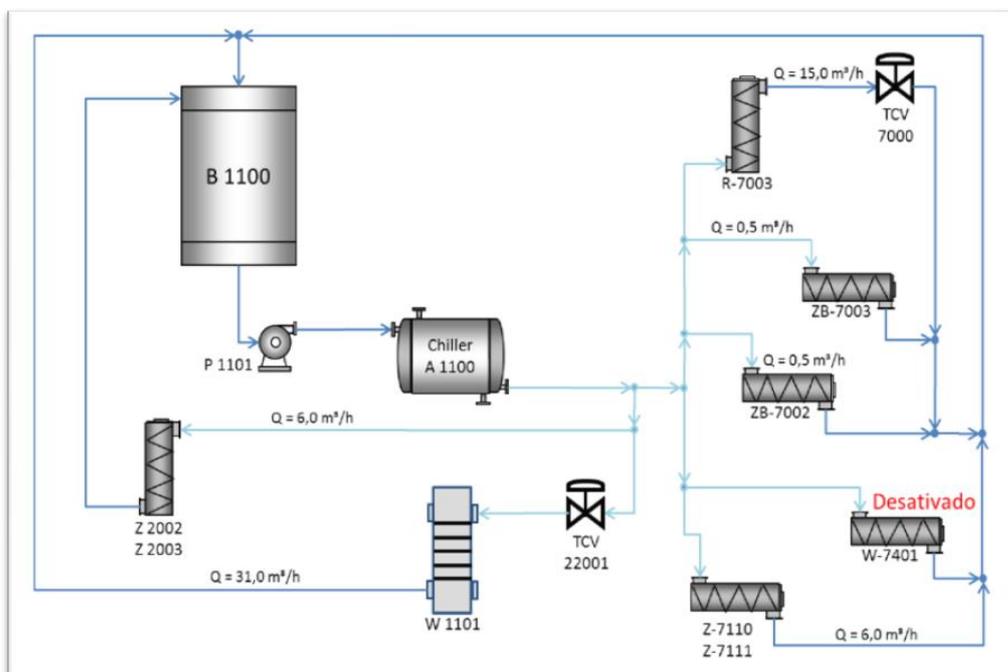
Neste artigo, o problema em estudo é a dificuldade de distribuição e balanceamento de água nas plantas de uma indústria química, no qual sem a correta distribuição de água para as plantas químicas acarreta em prejuízo com os produtos. O processo todo ocasiona em alta temperatura nas tubulações das plantas e estas devem ser resfriadas, caso não seja possível, o produto chega a uma temperatura muito alta para sua composição, acarretando na perda do produto. Com esse problema, perde-se a matéria prima e a empresa acaba por ter prejuízos e atraso no processo de produção, utilização e entrega do produto. Foi feito o estudo da modelagem para a organização dos dados e plantas dos encanamentos de água fornecidos pela empresa para que se possa definir o balanceamento ou se deve ser trocado algum cano que pelo fato de durante a distribuição de água o diâmetro ser diferente em cada divisão que se segue e verificar onde realmente pode estar o problema fornecido.

### 2.1. Estudo do Problema

O primeiro passo foi realizar uma visita à empresa para ter maior contato com a situação e os engenheiros que trabalham com o problema. Nesta visita pode-se observar todo processo, percorrer o prédio e visualizar a planta e todo sistema de tubulação e refrigeração da água. A partir disso, iniciou-se o processo de identificação do provável problema, e ao que parece o problema fica em uma das bifurcações de distribuição de água resfriada. Talvez um problema de espessura diferente da tubulação nessa região, talvez a altura do prédio, a vazão, a pressão etc.

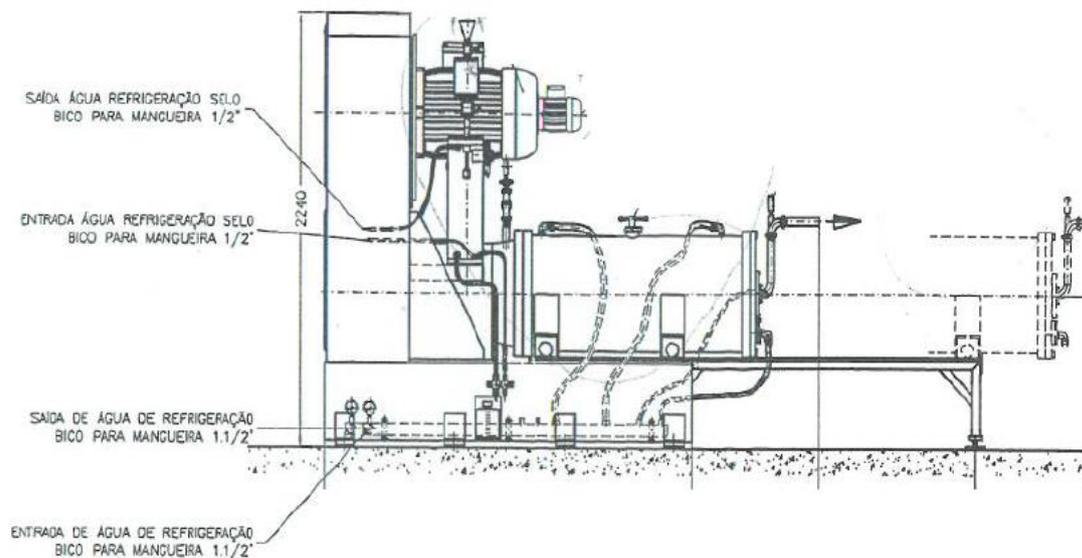
O problema se encontra em dois moinhos, conhecidos como Z110 e Z111. São moinhos que auxiliam no resfriamento de produtos, são grandes compartimentos onde há uma camada de micro esferas, para aumentar a sua superfície de contato e esta faz um movimento giratório. Porém, o “*chiller*”, como é conhecido o compartimento onde a água se encontra (A1100), é resfriado a 5°C. Essa temperatura é a mais baixa possível para que a água não congele. A água sai da planta com uma pressão de 6BAR, também considerada máxima pela empresa para não correr o risco de comprometer os encanamentos de água. A empresa forneceu todas as plantas da distribuição de água e em cada canto pela qual esta seguia havia uma vazão diferente, o diâmetro dos encanamentos varia de 4 mm até 1 mm de diâmetro.

A água sai do “chiller” e vai trocando calor durante seu trajeto e a temperatura da água vai aumentando. A temperatura máxima que a água pode alcançar durante o processo do produto nos moinhos é de 35°C para que não comprometa o produto que está sendo resfriado. Porém, o problema é que a água tem chegado aos moinhos com uma temperatura que ao iniciar o processo do produto ela atinge 44/45°C, o que acaba comprometendo o produto e causando a perda deste e prejuízo para a empresa. Na planta resumida apresentada na FIGURA 2 pode-se observar o funcionamento da distribuição de água.



**Figura 2 – Rede de distribuição resumida de água até os moinhos.**

A entrada de água gelada para o resfriamento dos moinhos (Z7110/Z7111) é de um diâmetro e meio para cada um dos moinhos e sua alimentação de água para os dois moinhos é de uma polegada. E em relação à pressão ela chega aos moinhos em média a 3/2BAR, ou seja, além de perder calor no trajeto até os moinhos acaba-se perdendo também pressão. A figura a seguir mostra a entrada e saída do fluxo de água resfriada dos moinhos para se ter um maior entendimento de como isso ocorre e de seu diâmetro. Os cálculos foram realizados levando em conta que a temperatura e pressão da água resfriada é não variável, pois esta precisa ser fixa, não há como mudar. Se diminuir a temperatura da água ela pode congelar e se aumentar a pressão pode danificar alguma parte ou até mesmo todo o sistema de distribuição.



**Figura 3 - Entrada de água gelada para o resfriamento dos moinhos (Z7110/Z7111) DN 1 ½”**

## 2.2. Metodologia: Problema do Fluxo Máximo

Foram desenvolvidas as funções objetivo, variáveis e restrições, depois de ter identificado que o problema está relacionado ao fluxo volumétrico que atravessa a tubulação. Existe uma relação entre a vazão ou fluxo volumétrico e a temperatura em tubulações. A vazão é a quantidade em volume (V) de um fluido qualquer que passa por uma dada seção por unidade de tempo. A temperatura é uma das variáveis mais utilizadas no setor industrial para controle de processos, como por exemplo, controle de vazão, densidade etc. Uma variação muito grande de temperatura afeta as reações químicas, prejudicando equipamentos, afetando propriedades de compostos orgânicos etc. A temperatura está diretamente ligada à troca de calor. O aumento da temperatura causa o aumento da velocidade de agitação térmica.

Nas indústrias, geralmente, utiliza-se medidas de vazão, pressão e temperatura. A vazão é usada em aplicações como controle de processo, sistemas de abastecimento, sistema de dutos, sistemas de irrigação etc.

A temperatura de um fluido bombeado aumenta em consequência da redução da vazão. Se a energia recebida não for transformada em pressão será transformada em calor. Se a energia não for utilizada para aumentar a pressão vai aquecer o fluido. E esse aumento da temperatura pode causar danos nos produtos.

Logo, a ideia neste artigo é estudar o problema da pesquisa operacional conhecido como o “problema do fluxo máximo”, visando verificar se, com o aumento do fluxo de água nas tubulações e principalmente, nos moinhos a temperatura não se elevará tanto.

O problema de fluxo máximo visa maximizar o fluxo a partir de um nó de origem para um nó de destino, respeitando os limites máximos e mínimos de fluxo nos arcos. O fluxo pode ser medido em duas direções: fluxo máximo de saída do nó de origem ou fluxo máximo de chegada ao nó de destino. A aplicação do problema do fluxo máximo pode ser utilizada para vários casos que busque a maximização de fluxos de qualquer tipo. Por exemplo, maximizar fluxo de mercadorias em uma rede de distribuição, maximizar o fluxo de óleo, gás ou água por meio de um sistema de dutos, gasodutos ou aquedutos etc.

No caso em questão foi equacionado o problema do fluxo máximo de água resfriada nesta rede de tubulações para resfriamento da matéria prima utilizada na fabricação do produto.

Após o equacionamento todo, determinação de variáveis e restrições, o SOLVER do Excel foi utilizado para resolução do problema.

A figura 4 representa o diagrama de fluxo da água pelas plantas em relação ao diâmetro de cada parte distribuída e em suas bifurcações, pois a vazão é diretamente proporcional ao diâmetro, então se aumenta a vazão também aumenta o diâmetro ou o fluxo volumétrico da planta. Por isso foi necessário a utilização de fluxo máximo. Na figura a seguir, cada bolinha com número é chamada de nó e cada linha interligada ao nó é chamada de arco.

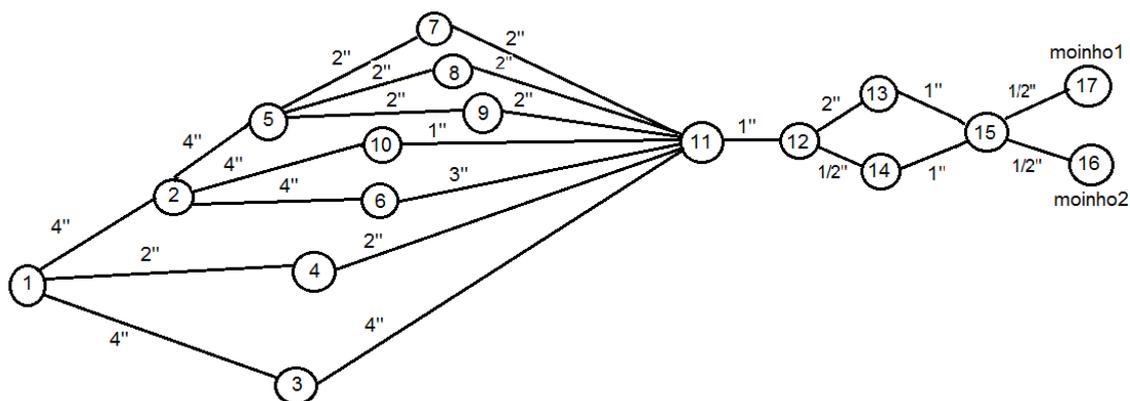


Figura 4 – Diagrama de Fluxo na Planta com os Diâmetros da Tubulação em cada Arco

### 2.2.1. Equações

Nesta seção são apresentadas as equações encontradas para a Função Objetivo, as Restrições de Balanceamento e as Restrições de Fluxo necessárias para a solução do problema do fluxo máximo a partir do diagrama de fluxo da planta.

As variáveis são definidas como:

$X_{ij}$  = Quantidade de fluxo existente entre  $i$  e  $j$ .

A função objetivo é dada por:

$$Z_{\text{máx.}} = X_{1516} + X_{1517}$$

O objetivo dos cálculos é Maximizar o fluxo nos moinhos sujeita as seguintes restrições de balanceamento:

$$\text{Nó 2} \rightarrow X_{12} - X_{26} - X_{210} - X_{25} = 0$$

$$\text{Nó 3} \rightarrow X_{13} - X_{311} = 0$$

$$\text{Nó 4} \rightarrow X_{14} - X_{411} = 0$$

$$\text{Nó 5} \rightarrow X_{25} - X_{57} - X_{58} - X_{59} = 0$$

$$\text{Nó 6} \rightarrow X_{26} - X_{611} = 0$$

$$\text{Nó 7} \rightarrow X_{57} - X_{711} = 0$$

$$\text{Nó 8} \rightarrow X_{58} - X_{811} = 0$$

$$\text{Nó 9} \rightarrow X_{59} - X_{911} = 0$$

$$\text{Nó 10} \rightarrow X_{210} - X_{1011} = 0$$

$$\text{Nó 11} \rightarrow X_{411} + X_{311} + X_{611} + X_{711} + X_{811} + X_{911} - X_{1112} = 0$$

$$\text{Nó 12} \rightarrow X_{1112} - X_{1213} - X_{1214} = 0$$

$$\text{Nó 13} \rightarrow X_{1213} - X_{1315} = 0$$

$$\text{Nó 14} \rightarrow X_{1214} - X_{1415} = 0$$

$$\text{Nó 15} \rightarrow X_{1315} + X_{1415} - X_{1516} - X_{1517} = 0$$

Restrições de fluxo:

$$X_{12} \leq 4; X_{13} \leq 4; X_{14} \leq 2; X_{25} \leq 4; X_{210} \leq 4; X_{26} \leq 4; X_{57} \leq 2; X_{58} \leq 2; X_{59} \leq 2;$$

$$X_{711} \leq 2; X_{811} \leq 2; X_{911} \leq 2; X_{1011} \leq 1; X_{611} \leq 3; X_{411} \leq 2; X_{311} \leq 4; X_{1112} \leq 1;$$

$$X_{1213} \leq 2; X_{1214} \leq \frac{1}{2}; X_{1315} \leq 1; X_{1415} \leq 1; X_{1516} \leq \frac{1}{2}; X_{1517} \leq \frac{1}{2}.$$

De posse das equações e restrições foi utilizado o SOLVER para resolução do problema do fluxo máximo, a partir da tabela de dados e equações. A partir dos resultados gerados pelo SOLVER foi feita a análise e a conclusão do problema.

### 3. CONCLUSÃO

Após toda identificação do problema e construção das equações, foi utilizado o SOLVER do EXCEL para determinar a melhor solução. Com a utilização do SOLVER, foi construída uma tabela para a análise da resolução do problema, e se chegou à conclusão de que, para aumentar o fluxo nos moinhos Z7110 e Z7111 deve-se diminuir o fluxo dos outros arcos, porém, isso é inviável para a empresa, pois a água gelada é utilizada por toda a área onde se encontram os arcos para resfriar outros produtos e instalações. Então, fazendo outras análises sobre a distribuição de água nas instalações pode-se afirmar que a troca da tubulação seria o ideal, pois aumentando o diâmetro conseqüentemente aumenta-se o fluxo e a vazão, assim sendo a água resfriada chegaria mais rapidamente e não perderia tanto calor durante sua passagem por outros encanamentos. Com isso, a temperatura não aumentaria tanto e a água chegaria aos moinhos com uma temperatura mais baixa, resfriando o produto e não havendo, portanto a perda deste. Porém, a troca de toda a tubulação também seria inviável pelo custo que geraria à empresa. Logo, a troca da tubulação apenas dos moinhos que atualmente tem  $\frac{1}{2}$  polegada de diâmetro para pelo menos duas polegadas, causaria um aumento no fluxo naquela parte e assim não causaria danos para outras distribuições e resolveria o problema do não resfriamento ideal do produto.

### 4. REFERÊNCIAS

AGOSTI, C. **Apostila de Pesquisa Operacional**, Universidade do Oeste de Santa Catarina, Xanxerê, Santa Catarina, 63 p. (2003).

Belfiore, P.; Fávero, L. P. “**Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia**”, Editora Campus, Rio de Janeiro, 534 p. (2013).

Garcia, C. “**Modelagem e Simulação de Processos Industriais**”, Editora Edusp, São Paulo, 678 p. (2013).

MICHELS L. **Modelagem de Sistemas Físicos**, Universidade Federal de Santa Maria, Departamento de Processamento de Energia Elétrica, Apostila do Curso de Engenharia de Controle e Automação, Santa Maria, 30 p. (2011).

Ragsdale, C. T. “**Modelagem e Análise de Decisão**”, São Paulo: CENGAGE Learning, 590 p. (2011).

## **5. DIREITOS AUTORAIS**

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.