Sistemas de Numeração com Ênfase no Sistema Binário e sua Aplicação por meio da Álgebra de Boole

Sávia Cristina Vidal[1]

Kayque Luiz Farias dos Santos[2]

Ronaldo Nogueira [3]

Resumo

Este trabalho tem por finalidade mostrar os sistemas de numeração mais conhecidos, com ênfase no sistema binário e sistema hexadecimal, pois é fortemente empregado na eletrônica digital e na computação. Apresenta-se uma aplicação direta do sistema de numeração na base dois sobre a Álgebra Booleana, ou seja, o funcionamento de um sistema digital, especificadamente, a representação do digito 1 (um) no display de sete segmentos. Além de associar o sistema binário, conhecido, atualmente, com o modo que os egípcios efetuavam as operações de multiplicação e divisão na base dois.

Palavras chaves: Sistemas de numeração, Sistema binário, Sistema Hexadecimal, Álgebra de Boole.

Abstract

The present study aimed to show the most popular numbering systems, with emphasis on binary and hexadecimal system due to its large importance in digital electronics and computing. This study also presents a direct use for numbering system based-two over the Boolean algebra, in other words, the functioning of a digital system, specifically representing the digit one (1) in a seven segment display. In addition, this study intends to associate the binary system, currently known, with the way the Egyptians performed a multiplication and division operations in base two.

Key words: numbering systems, binary system, hexadecimal system, Boolean Algebra.

1. Introdução

[1] Licenciada em Matemática (saviavidal@yahoo.com.br)

[2] Graduando em Engenharia da Computação (spn.deansam@gmail.com)

[3] Orientador: Professor Mestre Ronaldo Nogueira- Centro Universitário Salesiano de São Paulo-UNISAL-Campus São Joaquim/Lorena

Desde o início da vida escolar são estudados os sistemas de numeração antiga, como os sistemas de numeração romano, maia, egípcio, babilônico e indo-arábico. Porém, o sistema binário, muito utilizado no mundo atual, mostra-se pouco presente nas escolas. O sistema hexadecimal, fundamental para o desenvolvimento tecnológico, não faz parte das diretrizes curriculares do ensino fundamental e médio.

O sistema binário e o hexadecimal são empregados fortemente nas tecnologias, os computadores operam pelo sistema binário, eles entendem somente palavras e dígitos em forma binária. Todas as informações inseridas nos computadores são codificadas e decodificadas por números binários.

O desenvolvimento tecnológico está intimamente ligado à matemática, tanto é que a programação veio antes mesmo dos computadores, por uma estudiosa em matemática chamada Ada Lovelace (1815 – 1851) que colaborou profissionalmente com Charles Babbage no projeto Máquina Analítica, o primeiro computador mecânico. Lovelace criava algoritmos para serem processados pela máquina, o que muitos consideram ser o primeiro software, ou o primeiro programa de computador.

As Diretrizes Curriculares dos Cursos da Área de Computação e Informática apresentadas pela Comissão de Especialistas de Ensino de Computação e Informática-CCEInf ao Conselho Nacional de Educação afirmam:

> (...) a matemática, para a área de computação, deve ser vista como uma ferramenta a ser usada na definição formal de conceitos computacionais (linguagens, autômatos, métodos etc.). Os modelos formais permitem definir suas propriedades e dimensionar suas instâncias, dadas suas condições de contorno. Considerando que a maioria dos conceitos computacionais pertence ao domínio do discreto, a **matemática discreta** (ou também chamada **álgebra abstrata**) é fortemente empregada. (MENEZES, 2009, p.20)

Em alguns cursos de licenciatura em matemática não se estuda os números binários, devido à graduação ser de pequena duração, porém isso não impede que o discente de nível superior busque tal conhecimento. Agregando conhecimentos relevantes no processo ensino aprendizagem da matemática, diz Mitre (2008) que o estudante precisa assumir um papel cada vez mais ativo, descondicionando-se da atitude de mero receptor de conteúdos, buscando efetivamente conhecimentos relevantes aos problemas e aos objetivos da aprendizagem.

Podendo levar aos seus futuros alunos a aplicação e a importância do sistema binário na atualidade, pois ensinar matemática nas escolas brasileiras é um grande desafio, e mostrar uma aplicação tão direta e presente no cotidiano pode ser uma maneira de reverter tal situação. Segundo Groenwald e Fillipsen (2002) não é mais possível apresentar a Matemática aos alunos de forma descontextualizada, sem levar em conta a origem e o fim desta que é responder às demandas de situações-problema da vida diária.

Apesar do sistema de numeração binária ser fortemente empregado nas tecnologias, ele já existe há muito tempo; os egípcios já utilizavam esse sistema de numeração para efetuar operações de divisão e multiplicação. Eles já sabiam que era possível escrever todos os números na base dois.

2 - Sistemas Antigos De Numeração

2.1- Sistema de numeração Romana

No Sistema de Numeração Romano é utilizado sete letras (símbolos) que representam os seguintes números:

1 – I; 5 – V; 10 – X; 50 – L; 100 – C; 500 – D; 1000 - M

Para formar outros números romanos utiliza-se as letras acima repetindo-as uma, duas ou três vezes (nunca mais de três). Sendo que as **letras V, L e D não podem ser repetidas**.

2 - II; 3 – III; 20 – XX; 30 – XXX; 200 – CC; 300 – CCC; 2000 – MM; 3000 – MMM.

Para formar números diferentes dos citados até agora, devemos saber que as letras I, X e C, colocam-se à esquerda de outras de maior valor para representar a diferença deles, obedecendo às seguintes regras:
I coloca-se à esquerda de V ou X; X coloca-se à esquerda de L ou C; C coloca-se à esquerda de D ou M.

Se colocarmos um símbolo de maior valor primeiro que o de menor valor, somamos os números assim:

VI (5+1) = 6 XIII (10+3) = 13; LIV (50 + 4) = 54; CX (100 + 10) = 110

Se colocarmos um símbolo de menor valor primeiro que o de maior valor, diminuímos os números assim:

IV (5 – 1) = 4; IX (10 – 1) = 9; XL (50 – 10) = 40; XC (100 – 10) = 90; CD (500 – 100) = 400; CM (1000 – 100) 900.

Hoje em dia esse sistema de numeração é muito utilizado para indicar séculos.

2.2 - Sistema de numeração Maia

No sistema de numeração maia os algarismos são representados por símbolos.

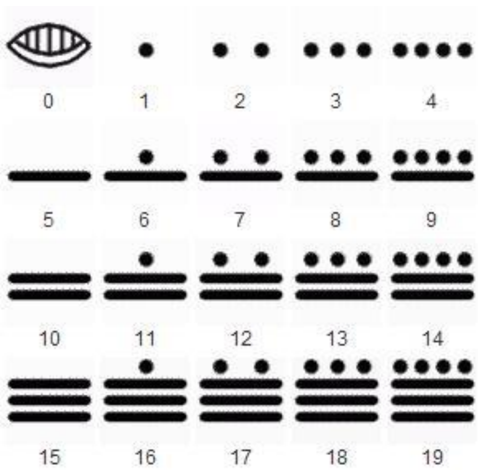


Figura 1 – representação de algarismo de 0 a 19 de números maias.

Os símbolos utilizados são o ponto e a barra horizontal, e no caso do zero, uma forma oval parecida com uma concha. A soma de cinco pontos constitui uma barra, dessa forma, se usar os símbolos maias para escrever o numeral oito, utilizaremos três pontos sobre uma barra horizontal.

Os números 4, 5 e 20 eram importantes para os Maias, pois eles tinham a ideia de que o 5 formava uma unidade (a mão) e o número 4 estava ligado à soma de quatro unidades de 5, formando uma pessoa (20 dedos). De acordo com a história, os cálculos maias foram os primeiros a utilizar a simbologia do zero no intuito de demonstrar um valor nulo. Também é atribuído ao sistema de numeração Maia a organização dos números em casas numéricas.

2.3 - Sistema de numeração egípcia

Um dos primeiros sistemas de numeração que temos conhecimento é o egípcio. Foi desenvolvido pelas civilizações que viviam no vale do Rio Nilo, ao nordeste da África.

Números Egípcios

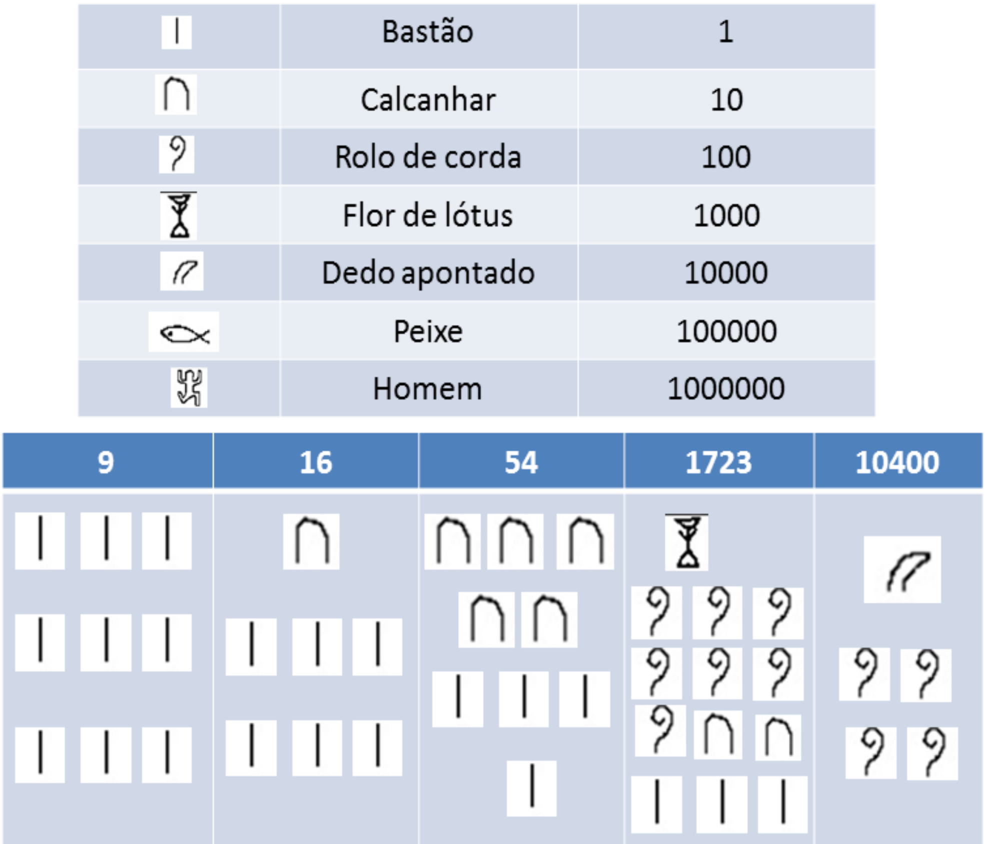


Figura 2 - Sistema de Numeração Egípcio

Este sistema adota o princípio aditivo, ou seja, os símbolos possuem seus respectivos valores individuais e juntos passam a formar novos valores pela simples adição destes.

2.4 – Sistema de numeração babilônica

O sistema sexagesimal, também conhecido como sistema de numeração babilônico, necessita de 60 algarismos diferentes de 0 a 59.

Números babilônicos

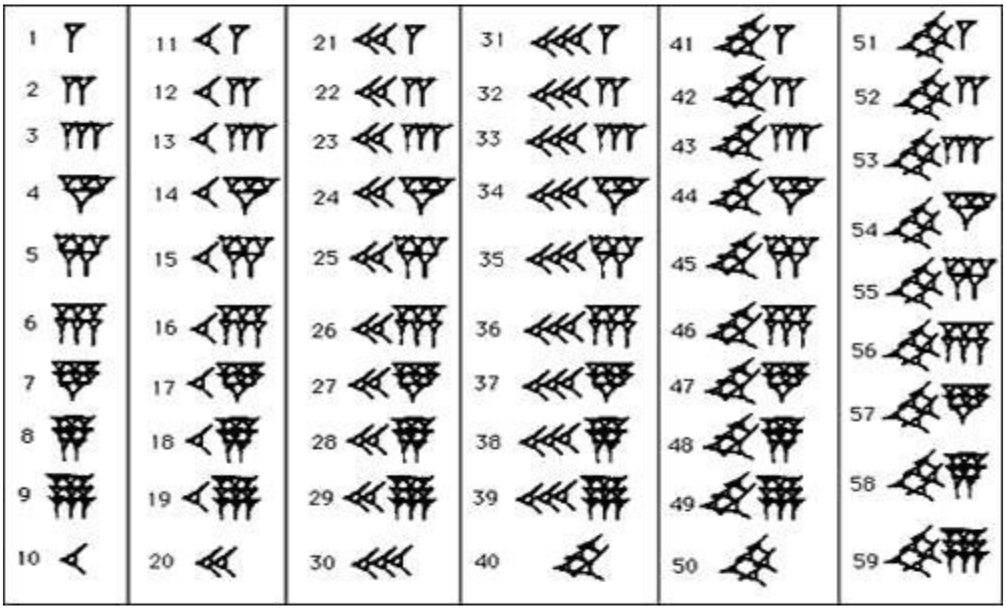


Figura 3 – sistema de numeração babilônica

Esse sistema, de base 60, ainda é utilizado na contagem do tempo, dividido em horas, minutos e segundos. E também em relação a graus, na divisão de um circulo em 360 partes.

2.5 - Sistema de numeração Hindu Arábica (sistema de base 10)

Os hindus, que viviam no vale do Rio Indo, onde hoje é o Paquistão, conseguiram desenvolver um sistema de numeração que reunia as diferentes características dos antigos sistemas. Tratava-se de um sistema posicional decimal. Posicional porque um mesmo símbolo representava valores diferentes dependendo da posição ocupada, e decimal porque era utilizado um agrupamento de dez símbolos. Esse sistema posicional decimal, criado pelos hindus, corresponde ao nosso atual sistema de numeração, já estudado por você nas séries anteriores. Por terem sido os árabes os responsáveis pela divulgação desse sistema, ele ficou conhecido como sistema de numeração indo-arábico. Os dez símbolos, utilizados para representar os números, denominam-se algarismos indo-arábico. São eles: 0,1,2,3,4,5,6,7,8 e 9.

3 – Sistemas de Numeração Binária e Hexadecimal

3.1 – Sistema Binário

Os números binários são compostos pelos elementos do corpo Z_2, ou seja, 0 e 1, é um sistema posicional de numeração. Com esses dois dígitos, podemos reescrever quaisquer números conhecidos na base 10.

O sistema binário é muito empregado na área de tecnologias, os computadores operam com os números binários. Em eletrônica digital pode-se dizer que o digito 0 representa ausência de tensão e o digito 1, presença de tensão. Porém esses algarismos são denominados por bit, que vem do inglês Binary Digit. A álgebra booleana, desenvolvida pelo filósofo e matemático Boole, do século XIX; utiliza desse sistema de numeração. São feitas operações lógicas e aritméticas usando apenas dois dígitos, ou dois estados, falaremos desse assunto detalhadamente mais adiante.

3.1.1 - Conversão de Decimal para Binário:

Para transformar um número decimal para binário divide-se sucessivamente o algarismo por dois. Depois o número binário é formado pelo quociente da última divisão seguido dos restos de todas as divisões, do ultimo para o primeiro.

Exemplo: Transformação do dígito 9, que está em decimal para 9 em número binário.

9/2 = 4 resto = 1
4/2 = 2 resto = 0
2/2 = 1 resta = 0

9 = 1001

3.1.2 - Conversão de Binário para Decimal:

Deve-se escrever cada número que o compõe (bit), multiplicado pela base do sistema (base 2), elevado à posição que ocupa. A soma de cada multiplicação de cada dígito binário pelo valor das potências resulta no número real representado.

Exemplo: Transformar o número 10110 em número decimal

$$1 \text{ x } 2^4 + 0 \text{ x } 2^3 + 1 \text{ x } 2^2 + 1 \text{ x } 2^1 + 0 \text{ x } 2^0 = 16 + 0 + 4 + 2 + 0 = 22$$

Logo 10110 = 22.
São os mesmos números, porém estão em bases diferentes.

3.2 – Sistema Hexadecimal

Pelo fato dos números binários ficarem cada vez mais longos, foi necessário introduzir uma nova base para a área de tecnologia, onde surgiu a base hexadecimal. A base hexadecimal consiste em contar numa base 16, é por isso que, além dos 10 primeiros números, decidiu-se acrescentar as 6 primeiras letras: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Esse sistema é muito utilizado para representar números binários de uma forma mais compacta.

3.2.1 – Transformação de decimal para hexadecimal

Transformação de 639 (número na base decimal) para o mesmo número na base hexadecimal (16).

```
639|_16
48   39 |_16              2715 (15 = F), então 27F
159  32   2
144  7
15
```

3.2.2 – Transformação de hexadecimal para decimal

Transformar o número 27F (base hexadecimal) para base decimal.

$2\ 7\ F = 2 \times 16^2 + 7 \times 16^1 + F \times 16^0$ (F=15)

Como F = 15 (posição ocupada na disposição: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F), então (15 x 1 = 15; 7 x 16 = 112; 2 x 256 = 512) = 639

$2\ 7\ F = 2 \times 16^2 + 7 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 2 \times 256 + 7 \times 16 + 15 \times 1 = 639.$

3.2.3 – Transformação de binário para hexadecimal

Transformar o número 11001101 (base binária) para a base hexadecimal.

1	1	0	0	|	1	1	0	1
2^3	2^2	2^1	2^0	|	2^3	2^2	2^1	2^0

Então (8+4 = 12 | 8+4+1 = 13) => 1213 (12 = C, 13 = D), portanto, 11001101 = CD

3.2.4 – Transformação de hexadecimal para binário

Transformar o número CD (base hexadecimal) para a base dois.

C =12 ; D = 13
12 = 1100   13 = 1101, ou seja, CD = 11001101.

4 - Aplicação Dos Números Binários.

4.1 - Álgebra de Boole

(L, R) é álgebra booleana $\Leftrightarrow$ (L, R) é reticulado distributivo, limitado e complementado.

Como a utilização das álgebras booleanas é primariamente centrada em suas propriedades, é comum representar uma álgebra booleana através de uma terna ordenada: (conjunto, operação de supremo, operação de ínfimo)

Neste caso, escreveríamos:

(L, +, .) é álgebra booleana $\Leftrightarrow$ (L, +, .) é reticulado, distributivo, limitado e complementado.

4.1.1 - Propriedades das Álgebras Booleanas

Seja (K, +, .) uma álgebra booleana. Então $\forall$ a, b, c $\in$ K:

(1º) Idempotência

- a+a =a
- a.a =a

(2º) Comutatividade

- a+b=b+a
- a.b=b.a

(3º) Associatividade

- (a+b)+c = a+(b+c)
- (a.b).c = a.(b.c)

(4º) Absorção

- a+(a.b)=a
- a.(a+b)=a

(5º) Distributividade

- a+(b.c) = (a+b).(a.c)
- a.(b+c) = (a.b)+(a.c)

(6º) características do reticulado limitado

- a+0=a
- a.0=0
- a+1=1
- a.1=a

(7º) Características do reticulado complementado

- a+a’=1
- a.a’=0
- (a’)’=a
- (a+b)’=a’. b’
- (a.b)’=a’. b’

4.2 - Álgebras dos Comutadores

Esta álgebra fundamenta matematicamente o projeto e a análise de circuitos lógicos e comutadores que compõem os sistemas digitais usados em aparelhos eletrônicos.

A álgebra dos comutadores utiliza-se somente os números 0 e 1.

4.3 – Circuito lógico eletrônico

O circuito lógico eletrônico se constitui no elemento básico e elementar de um sistema eletrônico.

Há diversos tipos de portas lógicas e cada uma delas é capaz de implementar uma operação ou uma função lógica específica. Esses circuitos são representados pelo sistema binário, o corpo Z_2, onde cada dígito é denominado Bit. O bit 0, representa ausência de tensão e o bit 1, representa presença de tensão.

4.3.1 – Exemplo

Seja B = { 0, 1 } ordenada pelo diagrama de Hasse abaixo. Então, (B, +, .) é álgebra booleana:

Tabela 1

+	0	1
0	0	1
1	1	1

.	0	1
0	0	0
1	0	1

‘	
0	1
1	0

Tábua operatória da álgebra Booleana.

A fim de facilitar o entendimento e colocar essa expressão em linguagem um pouco mais computacional, reescrevemos as tabelas da seguinte maneira:

Tabela 2

A	B	a+b
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

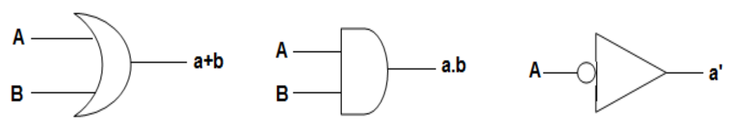
A	B	a.b
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A	a'
0	1
1	0

Tabela verdade da álgebra Booleana

Essas tabelas representam três portas lógicas, em que o A e o B são entradas e o resultado da operação são as saídas (a e b). Apesar das entradas serem elementos do conjunto K, definido acima, são representadas por letras maiúsculas para diferenciar a entrada da saída. Essa operação mostra todas as possibilidades de se obter saídas com ausência ou presença de tensão.

Essas operações são elementares na computação, e representam circuitos lógicos, são representados pelas seguintes figuras:



Porta OR (OU) Porta END (E) Porta NOT (não ou inversor)

4.4 - Aplicação da álgebra de Boole em um display de sete segmentos.

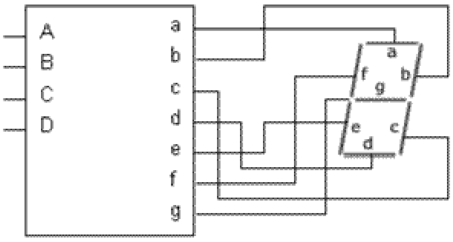
O display de 7 segmentos é um dispositivo bastante usado para indicação de valores numéricos. Pode ser aplicado a relógios digitais, placares eletrônicos, cronômetros, entre outros.

Figura 4

Representação de um display de sete segmentos.

Esse display pode indicar dígitos de 0 a 9, é codificado através de um número binario contendo quatro bits.Representados pelo circuito abaixo.

Figura 5



Essa figura representa o circuito referentes aos segmentos do display, tendo como entrada binárias: A B C D – e saídas: a b c d e f g.

Tabela 3

D	C	B	A	a	b	C	d	E	f	g	DIGITO
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	2
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	3
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	4
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	5
0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	6
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	7
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	8
1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	9

Tabela verdade do display de sete segmentos

Essa tabela fornece duas informações importantes. A primeira seria o número binário interpretado pelo computador, representado pelas entradas, contendo quatro bits, pois pertence à base hexadecimal, ou seja, 2^4. A segunda informação representa a sequencia da presença e ausência de tensão necessária para formar o número desejado.

Por exemplo, para o digito zero, o número que o computador interpreta é 0000, porém para formá-lo no display são utilizados os números 1111110, pois é essa sequencia binária que determina quais segmentos devem ser ligados.

4.4.1 – Representação do dígito um

Para formarmos o digito um, utiliza-se a segunda linha da tabela 3. Deve-se observar a coluna b nos segmentos de saída, junto com a coluna c, pois são essas saídas, na qual há presença de tensão. Observe o quadro abaixo:

D	C	B	A	A	b	C	D	e	F	g	DIGITO
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1

Em continuidade, retira-se a coluna b e a coluna c de toda tabela 3. Sendo ela:

Segmento de saída **b:** | 1 1 1 1 1 0 0 1 1 1 |
Segmento de saída **c**: | 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 |

Para formar a expressão Boolena dos segmentos b e c é necessário analisar as entradas DCBA que estiverem setados, ou seja, representados pelo algarismo 1, então, essas entradas serão representadas pela respectiva letra, todos que não estiverem setados (0), coloca -se a letra seguido de um apostrofe (‘), que significa sua negação.

Aplicando método ao segmento **b**, se obtém a seguinte expressão Booleana:

b = D’B’C’A’ + D’C’B’A + D’C’BA’ + D’C’BA + D’CB’A’ + D’CBA + DC’B’A’ + DC’B’A

D’(C’B’A’ + C’B’A + C’BA’ + C’BA + CB’A’ CBA) + DC’B’A’ + DC’B’A

D’C’B’(A’ + A) + C’(BA’ + BA) + C(B’A’ + BA) + C’B’(DA’+DA)

D’C’B’ + C’B(A’ + A) + C(B’A’ + BA) + C’B’D(A’ + A)

D’C’B’ + C’B + C(B’A’ + BA) + C’B’D

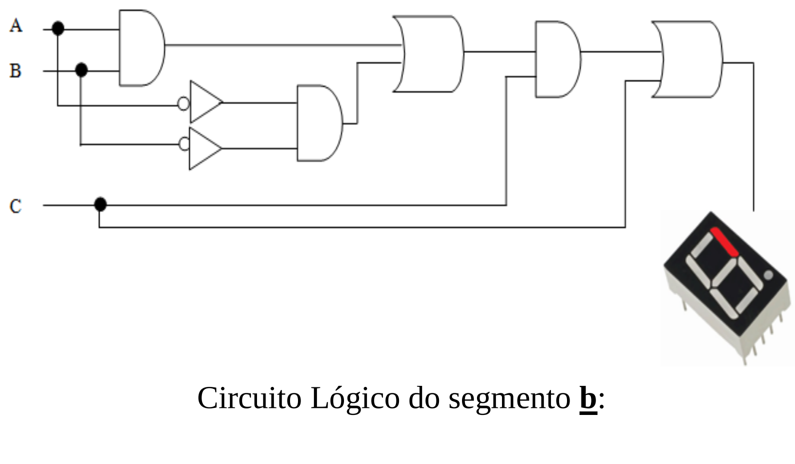
C’(D’B’ + B + B’D) + C(B’A’ + BA)

C’(B’(D’ + D) + B) + C(B’A’ + BA)

C’(B’ + B) + C(B’A’ + BA)

C’ + C(B’A’ + BA)

Essa expressão é representada pelo seguinte circuito lógico:



Circuito Lógico do segmento **b**:

Para a expressão do segmento c, faz-se o mesmo processo, obtendo a seguinte expressão booleana:
c = D’B’C’A’ + D’C’B’A + D’C’BA + D’CB’A’ + D’CB’A + D’CBA’ + D’CBA + DC’B’A’ + DC’B’A

D’(C’(B’A + B’A + BA) + CB’A + CB’A + CBA’ + CBA) + C’B’D(A’ + A)

$D'(C'(B'(A + A) + BA) + CB(A'' + A) + CB'A) + CB'A) + C'B'D$

$D'(C'(B'A + BA) + CB + CB'A) + C'B'D$

$D'(C'A + C(B + B'A)) + C'B'D$

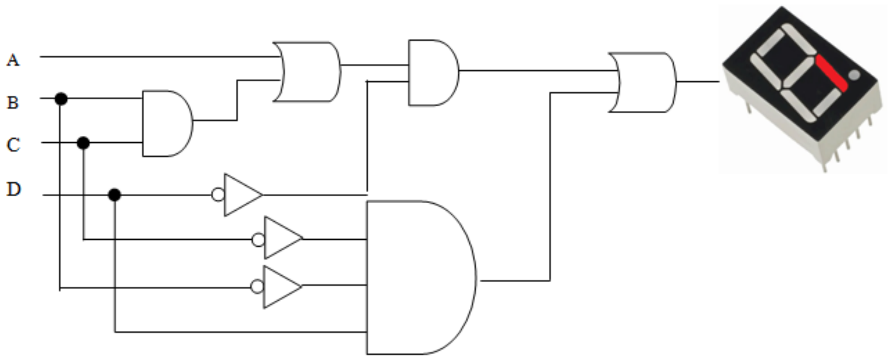
$D'(C'A + C(B + A)) + C'B'D$

$D'(C'A + CB + CA) + C'B'D$

$D'(A(C' + C) + CB) + C'B'D$

$D'(A + CB) + DC'B'$

Essa expressão é representada pelo seguinte circuito lógico:



Circuito Lógico segmento **c**

Fazendo essas ligações simultaneamente, obtém o dígito 1.

Figura 6

Representação do digito 1, ligando apenas o segmento b e c.

Para utilizar essa decodificação, das entradas e saídas, utilizamos um minicontrolador, chamado Arduino. De acordo com o site TechTudo, “A placa é fabricada na Itália utilizada como plataforma de prototipagem todos. Projeto italiano iniciado em 2005 tinha primeiramente cunho educacional e interagia com aplicações escolares. Em termos de software, o Arduino pode ter funcionalidades desenvolvidas por meio da linguagem C/C++, que utiliza uma interface gráfica escrita em Java. As funções IDE do Arduino permitem o desenvolvimento de software que possa ser executado pelo dispositivo”

Figura 7

Placa arduino

Para se comunicar através do circuito lógico, é feito um código na qual é feito pelo sketch que é codificada na porta digital até chegar para o segmento desejado.

Código do segmento:

```
// Define a ligação dos digito 1
// 1 = LED ligado, 0 = LED desligado, nessa ordem:
// Arduino pinos: 3,4

byte seven_seg_digits[2][7] = {  { 0,1,1,0,0,0,0 },  // = Digito 1
};
void setup()
{
pinMode(3, OUTPUT); //Pino 3 do Arduino ligado ao segmento B
pinMode(4, OUTPUT); //Pino 4 do Arduino ligado ao segmento C

}
void sevenSegWrite(byte digit)  //Funcao que aciona o display
{
byte pin = 2;

//Percorre o array ligando os segmentos correspondentes ao digito
for (byte segCount = 0; segCount < 7; ++segCount)
{
digitalWrite(pin, seven_seg_digits[digit][segCount]);
++pin;
}
writePonto(1);  //Liga o ponto
delay(100);   //Aguarda 100 milisegundos
```

```
writePonto(0);  //Desliga o ponto
}

void loop()
{
//Contador de 0 a 15, ligando os segmentos correspondentes
//0 a 9 = liga os segmentos correspondentes aos numeros
//10 a 15 = Forma as letras A,B,C,D,E,F
for (byte count = 0; count < 16; count++)
{
delay(500);
sevenSegWrite(count);
}
delay(4000);
```

5 – Relação do Sistema Egípcio com o Sistema Binário

O sistema de numeração egípcio tinha o caráter aditivo. Assim a multiplicação e a divisão eram em geral efetuadas por uma sucessão de duplicações com base no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potencias de base 2.

Exemplo: O produto de 26 por 33. Como 26 = 16 + 8 + 2, basta somarmos os múltiplos correspondentes de 33 diferentes de 33. Como a seguir:

33	$2^0 = 1$	
66	$\mathbf{2^1 = 2}$	*****
132	$2^2 = 4$	
264	$\mathbf{2^3 = 8}$	*****
528	$\mathbf{2^4 = 16}$	*****

Somando 66 + 264 + 528 = 858 é o mesmo resultado que 26 x 33 = 858.

Os egípcios já usavam o sistema binário implicitamente em suas contas, sistema no qual os computadores operam.

6 - Conclusão

O ensino da matemática é desafiador por ser uma disciplina considerada abstrata e, ao mesmo tempo, ter aplicações nas mais variadas área do conhecimento. O desenvolvimento deste trabalho possibilita a percepção da lacuna entre um estudo elementar e um estudo profundo da matemática teórica. Destaca a importância da busca de conhecimentos além daqueles que são transmitidos dentro da sala de aula.

Apresentar aplicações reais que envolvem a matemática é uma ótima maneira de proporcionar a compreensão dessa área que possibilita a modelagem do mundo real.

O estudo dos sistemas de numeração pode encadear um conhecimento lógico e evolutivo, e ao mesmo tempo percebe-se que a matemática depende de todas as evoluções. Essa ciência também se renova e se atualiza conforme as necessidades do momento, é o caso do sistema de numeração binária, apesar de não ser algo novo, ele foi adaptado ao mundo atual, para ter uma aplicação mais viável.

Conclui-se que a associação, a busca e a integração real de novos conhecimentos, além daqueles oferecidos na graduação, tem um papel fundamental na construção do processo ensino aprendizagem.

Referências

BRASIL. **Diretrizes Curriculares de Cursos da Área de Computação e Informática**. Disponível em: http://www.mec.gov.br/nivemod/educsupe/diretriz.shtm#diretrizes. Acesso em 14 Jul 2015.

Display de sete segmentos, **Arduino e cia**. Disponível em: http://www.arduinoecia.com.br/2013/10/contador-display-7-segmentos-3-digitos.html. Acesso em 10 Ago. de 2015

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**/Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues. 5º edição – campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

GROENWALD, Claudia L.Silva. **Perspectivas em Educação Matemática.** Canoas: Ulbra, 2004.

MENEZES, Paulo Blauth. Toscani, Lauri. López, Javier García. **Aprendendo matemática discreta com exercícios** – Porto Alegre: Bokamam: Instituto de informática UFRGS, 2009. Série de livros didáticos, n. 19.

MILIES, César Polcino. **Breve História da Álgebra Abstrata**. Instituto de Matemática e Estatística Universidade de São Paulo – SP.

MIRANDA,d. Danielle**. Sistema de Numeração Babilônico**. Disponível em: http://www.mundoeducacao.com/matematica/sistema-numeracao-babilonico.htm. Acesso em 21 Set 2015.

MITRE, SM. **Ativando processos de mudança em uma aldeia de Belo Horizonte uma experiência com metodologia ativa de ensino-aprendizagem** [trabalho de conclusão de curso]. Curso de Especialização em Ativação de Processos de Mudança na Formação Superior de Profissionais de Saúde, Fundação Oswaldo Cruz; 2006.

SOARES, K. **O que é um arduino e o que pode ser feito com ele**. Disponível em: http://www.techtudo.com.br/noticias/noticia/2013/10/o-que-e-um-arduino-e-o-que-pode-ser-feito-com-ele.html. Acesso em 10 de Ago. de 2015.

RICARDO K. L. F. **História de George Boole**. Mackenzi. Disponível em: http://www.dec.ufcg.edu.br/biografias/. Acesso em 17 Jul 2015.

VACCARO, G. L. R; CANTO, E. A. **Estruturas algébricas: Relações, funções, reticulados e álgebras Booleanas**. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, agosto de 2001.